

**OPIS MODULU KSZTAŁCENIA (przedmiot lub grupa przedmiotów)**

|  |                    |                       |  |  |                                |
|--|--------------------|-----------------------|--|--|--------------------------------|
| Nazwa modułu/przedmiotu<br><b>Analiza funkcjonalna</b>   |                    |                       | Przedmiot/y<br><b>Analiza funkcjonalna</b> |  |                                |
| Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot<br><b>Instytut Matematyki</b>  |                    |                       |  |  |                                |
| <b>Kierunek</b>  | <b>Specjalność</b> | <b>Specjalizacja</b>  | <b>Semestr/y</b>                           | <b>Poziom kształcenia i profil kształcenia</b> | <b>Forma studiów</b>           |
| Matematyka   | -                  | Nauczycielska         | 2  | SDS<br>Profil praktyczny                       | stacjonarne/<br>niestacjonarne |
| Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)<br>prof. Mykhaylo Popow, dr Zofia Lewandowska, dr Sławomir Jodko-Narkiewicz   |                    |                       |  |  |                                |
| Formy zajęć  | Liczba godzin      |                       |  |  | Liczba punktów ECTS            |
|  | N<br>(nauczyciel)  |                       | S<br>(student)                             |  |                                |
|  | studia stacjonarne | studia niestacjonarne | studia stacjonarne                         | studia niestacjonarne                          |                                |
| (W)wykład  | 20                 | 12                    | 30   | 38   | 2                              |
| Przygotowanie domowej pracy kontrolnej   |                    |                       | 10   | 13   |                                |
| Przygotowanie do egzaminu  |                    |                       | 20   | 25   |                                |
| (CAU)ćwiczenia audytoryjne   | 20                 | 12                    | 30   | 38   | 2                              |
| Przygotowanie do zajęć (rozwiązywanie zadań domowych)  |                    |                       | 15   | 20   |                                |
| Przygotowanie domowej pracy kontrolnej   |                    |                       | 5  | 5  |                                |
| Przygotowanie do kolokwium   |                    |                       | 10   | 13   |                                |
| <b>Razem</b>   | <b>40</b>          | <b>24</b>             | <b>60</b>                                  | <b>76</b>                                      | <b>4</b>                       |
| <b>Metody dydaktyczne</b>  |                    |                       |  |  |                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>(W) wykład: wykład problemowy, wykład problemowy wspomagany pokazem multimedialnym</li> <li>(CAU) ćwiczenia audytoryjne: ćwiczenia praktyczne - rozwiązywanie zadań, metoda problemowa, praca w grupach</li> </ul>  |                    |                       |  |  |                                |
| <b>Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi</b>  |                    |                       |  |  |                                |
| <p>A. Wymagania formalne:<br/>analiza matematyczna, wstęp do topologii, algebra liniowa w zakresie studiów I stopnia na kierunku matematyka</p> <p>B. Wymagania wstępne:<br/>wiadomości i umiejętności z algebry liniowej, analizy matematycznej i wstępu do topologii w zakresie studiów I stopnia na kierunku matematyka</p>   |                    |                       |  |  |                                |
| <b>Cele przedmiotu</b>   |                    |                       |  |  |                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Zapoznanie z podstawowymi pojęciami, klasycznymi przykładami przestrzeni Banacha i Hilberta,</li> <li>Przedstawienie klasycznych twierdzeń o funkcjonalach i operatorach w przestrzeniach Banacha,</li> <li>Przedstawienie metod analizy funkcjonalnej w zagadnieniach analizy matematycznej i jej zastosowaniach.</li> </ul>   |                    |                       |  |  |                                |
| <b>Treści programowe</b>   |                    |                       |  |  |                                |
| <p>1. Przestrzenie unormowane: własności normy, metryka w przestrzeni unormowanej, przykłady przestrzeni unormowanych, przestrzeń unormowana skończenie wymiarowa, normy równoważne.</p> <p>2. Przestrzenie Banacha: pojęcie, przykłady klasycznych ciągłych i funkcyjnych przestrzeni Banacha.</p> <p>3. Przestrzenie unitarne i Hilberta: podstawowe własności iloczynu skalarnego (nierówność Schwarz'a), norma w przestrzeni unitarnej (prawo równoległoboku, twierdzenie P. Jordana - J. von Neumanna), przykłady.</p> <p>4. Operatory i funkcjonały liniowe w przestrzeni unormowanej: ciągłość i ograniczoność operatora liniowego, norma operatora. Przestrzeń operatorów liniowych ciągłych. Przestrzeń sprzężona.</p> <p>5. Klasyczne twierdzenia o funkcjonalach i operatorach w przestrzeniach Banacha: twierdzenie Hahna-Banacha, ciągi operatorów liniowych ciągłych - twierdzenia Banacha-Steinhaus'a, twierdzenie Banacha o odwzorowaniu otwartym. Operatory odwracalne.</p> |                    |                       |  |  |                                |

|   |  |                   |                |                    |             |                    |                  |                    |       |                    |         |                     |              |
|---|--|-------------------|----------------|--------------------|-------------|--------------------|------------------|--------------------|-------|--------------------|---------|---------------------|--------------|
| <p>Twierdzenie Banacha o operatorze odwrotnym i o domkniętym wykresie.</p> <p>6. Elementy i zbiory ortogonalne w przestrzeni Hilberta. Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie o rzucie ortogonalnym.</p> <p>7. Twierdzenie Rieszsa o postaci funkcjonału liniowego ciągłego w przestrzeni Hilberta. Ogólna postać funkcjonału liniowego ciągłego w przestrzeni euklidesowej (twierdzenie Rieszsa).</p> <p>8. Układy ortogonalne i ortonormalne, bazy ortonormalne w przestrzeniach Hilberta.</p> <p>9. Szeregi Fouriera w przestrzeni Hilberta: twierdzenie o własności minimum współczynników Fouriera, nierówność Bessela, twierdzenie Rieszsa-Fischera, tożsamość Parsewala. Przykłady układów ortogonalnych funkcji rzeczywistych (układ trygonometryczny, układ Haara, układ Rademachera).</p> <p>10. Przykłady zastosowania aparatu analizy funkcjonalnej.</p>   |  |                   |                |                    |             |                    |                  |                    |       |                    |         |                     |              |
| <p><b>Efekty kształcenia</b></p> <p><b>Wiedza</b></p> <p>W_01 Definiuje wybrane pojęcia analizy funkcjonalnej.</p> <p>W_02 Rozpoznaje klasyczne ciągowe i funkcyjne przestrzenie Banacha i przestrzenie Hilberta.</p> <p>W_03 Formułuje klasyczne twierdzenia o funkcjonałach i operatorach w przestrzeniach Banacha.</p> <p><b>Umiejętności</b></p> <p>U_01 Sprawdza, czy dane odwzorowanie jest normą, iloczynem skalarnym.</p> <p>U_02 Dowodzi własności klasycznych przestrzeni Banacha i Hilberta.</p> <p>U_03 Bada liniowość i ograniczoność operatorów i funkcjonałów liniowych określonych na klasycznych przestrzeniach.</p> <p>U_04 Oblicza normę operatorów i funkcjonałów liniowych ograniczonych.</p> <p>U_05 Przeprowadza dowody klasycznych twierdzeń o funkcjonałach i operatorach w przestrzeniach Banacha.</p> <p>U_06 Bada własności szeregów Fouriera w przestrzeniach Hilberta.</p> <p>U_07 Posługuje się metodami analizy funkcjonalnej w innych działach matematyki.</p> <p><b>Kompetencje społeczne</b></p> <p>K_01 Zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, jest otwarty na poszukiwanie niestandardowych rozwiązań.</p> | <p><b>Sposób zaliczenia oraz formy i podstawowe kryteria oceny/wymagania egzaminacyjne</b></p> <p><b>A. Sposób zaliczenia</b></p> <p>Egzamin</p> <p>(W) – zaliczenie z oceną</p> <p>(CAU) – zaliczenie z oceną</p> <p><b>B. Sposoby weryfikacji i oceny efektów</b></p> <p>Egzamin – pisemny– pytania otwarte i zamknięte – efekty: W_01, W_02, W_03</p> <p>(W)Wykład – domowa praca kontrolna – efekty: U_05</p> <p>(CAU) Ćwiczenia audytoryjne</p> <p>- kolokwia pisemne – pytania otwarte - efekty: U_01, U_02, U_03, U_04, U_06</p> <p>- domowa praca kontrolna - efekty: U_07, K_01</p> <p>Maksymalna liczba punktów to a. Ocena K z zaliczenia z oceną, kolokwium, domowej pracy kontrolnej jest wyliczona według zasady:</p> <table border="0"> <tr> <td>K ∈ [0% a, 50% a)</td> <td>niedostateczna</td> </tr> <tr> <td>K ∈ [50% a, 60% a)</td> <td>dostateczna</td> </tr> <tr> <td>K ∈ [60% a, 70% a)</td> <td>dostateczna plus</td> </tr> <tr> <td>K ∈ [70% a, 80% a)</td> <td>dobra</td> </tr> <tr> <td>K ∈ [80% a, 90% a)</td> <td>db plus</td> </tr> <tr> <td>K ∈ [90% a, 100% a]</td> <td>bardzo dobra</td> </tr> </table> <p>Ocena zaliczenia wykładu jest obliczona jako średnia arytmetyczna ocen z zaliczenia pisemnego oraz oceny z domowej pracy kontrolnej.</p> <p>Ocena zaliczenia ćwiczeń jest obliczona jako średnia arytmetyczna ocen z kolokwium pisemnych oraz oceny z domowej pracy kontrolnej.</p> <p>Ocena A – wyliczona jako średnia ważona ocen otrzymanych za wykład i ćwiczenia, dla których wagami są przypisane im liczby punktów ECTS.</p> <p>Końcowa ocena z zaliczenia przedmiotu wyliczana jest na podstawie procentowego udziału oceny A i oceny z egzaminu końcowego, według zasady: 50% oceny A + 50% oceny z egzaminu pisemnego.</p> | K ∈ [0% a, 50% a) | niedostateczna | K ∈ [50% a, 60% a) | dostateczna | K ∈ [60% a, 70% a) | dostateczna plus | K ∈ [70% a, 80% a) | dobra | K ∈ [80% a, 90% a) | db plus | K ∈ [90% a, 100% a] | bardzo dobra |
| K ∈ [0% a, 50% a)   | niedostateczna   |                   |                |                    |             |                    |                  |                    |       |                    |         |                     |              |
| K ∈ [50% a, 60% a)  | dostateczna  |                   |                |                    |             |                    |                  |                    |       |                    |         |                     |              |
| K ∈ [60% a, 70% a)  | dostateczna plus   |                   |                |                    |             |                    |                  |                    |       |                    |         |                     |              |
| K ∈ [70% a, 80% a)  | dobra  |                   |                |                    |             |                    |                  |                    |       |                    |         |                     |              |
| K ∈ [80% a, 90% a)  | db plus  |                   |                |                    |             |                    |                  |                    |       |                    |         |                     |              |
| K ∈ [90% a, 100% a]   | bardzo dobra   |                   |                |                    |             |                    |                  |                    |       |                    |         |                     |              |

Ocena modułu jest oceną z przedmiotu.

### Matryca efektów kształcenia dla przedmiotu

| Numer (symbol) efektu kształcenia | Odniesienie do efektów kształcenia dla programu               | Odniesienie do charakterystyki drugiego stopnia PRK dla obszaru/ obszarów |
|-----------------------------------|---|---|
| W_01                              | K2P_W01, K2P_W02  | P7S_WG  |
| W_02                              | K2P_W01   | P7S_WG  |
| W_03                              | K2P_W01, K2P_W02, K2P_W03                                     | P7S_WG  |
| U_01                              | K2P_U02, K2P_U04, K2P_U10, K2P_U11                            | P7S_UW  |
| U_02                              | K2P_U01, K2P_U02, K2P_U03, K2P_U08, K2P_U10, K2P_U11, K2P_U19 | P7S_UW  |
| U_03                              | K2P_U02, K2P_U05, K2P_U10                                     | P7S_UW  |
| U_04                              | K2P_U02, K2P_U10  | P7S_UW  |
| U_05                              | K2P_U01, K2P_U02, K2P_U03, K2P_U10, K2P_U11                   | P7S_UW  |
| U_06                              | K2P_U01, K2P_U02, K2P_U04, K2P_U10, K2P_U11, K2P_U19          | P7S_UW  |
| U_07                              | K2P_U01, K2P_U10, K2P_U11, K2P_U19                            | P7S_UW  |
| K_01                              | K2P_K01   | P7S_KK  |

### Wykaz literatury

#### A. Literatura wymagana do ostatecznego zaliczenia zajęć (zdania egzaminu):

- Alexiewicz A., Analiza funkcjonalna, PWN Warszawa 1969.
- Chmieliński J., Notatki do wykładu analiza funkcjonalna, Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej, Kraków 2004.
- Kołodziej W., Wybrane rozdziały analizy matematycznej, PWN Warszawa 1982.
- Musielak J., Wstęp do analizy funkcjonalnej, PWN Warszawa 1989.
- Prus S., Stachura A., Analiza funkcjonalna w zadaniach, PWN Warszawa 2007.
- Rusinek J., Zadania z analizy funkcjonalnej z rozwiązaniami, Wydawnictwo Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego, Warszawa 2004.

#### B. Literatura uzupełniająca

- Lusternik L.A., Sobolew W. I., Elementy analizy funkcjonalnej, PWN Warszawa 1959.
- Pelczar A., Elementy analizy funkcjonalnej, skrypt AGH Kraków 1975.
- Rudin W., Analiza funkcjonalna, PWN Warszawa 2002.
- Rzymowski W., Przestrzenie metryczne w analizie, Wydawnictwo UMCS, Lublin 2000.

### Kontakt

dr Zofia Lewandowska

[zofia.lewandowska@apsl.edu.pl](mailto:zofia.lewandowska@apsl.edu.pl)